

۱۴۰۲، ۲، ۱۵

باسم تعالی

دکوتبه اول از فضل اول دردم

۱- دامنه حرکت از توابع زیر را بدست آورید؟

g(x) = sqrt(x+4) (ب)

f(x) = 1/(x^2-4) (الف)

L(x) = sqrt(|x|-x^2)

h(x) = Log^3 sqrt(x^2+7x+6) (ج)

۲- تابع f(x) , g(x) به صورت زیر داده شده اند. f o g(x) را بیابید؟

f(x) = { x+2 if x > 1, 3x-1 if x <= 1

g(x) = { 2x-1 if x > 2, x+3 if x <= 2

۳- حد توابع زیر را محاسبه کنید؟

lim_{x -> 0} (sqrt(x+4) - 2) / sin 5x (ب)

lim_{x -> a} sin(x-a) / (x^2 - a^2) (الف)

lim_{x -> infinity} f(x) حد توابع فوق

f(x) = { (x - cos x) / 2x if x not in Z, x^2 / (2x^2 - 1) if x in Z (ج)

۴- اعداد a , b را طوری بدست آورید که تابع زیر روی R پیوسته باشد.

f(x) = { 2x+1 if x <= 3, ax+b if 3 < x < 5, x^2+2 if 5 <= x

$$x+4 > 0 \Rightarrow x > -4 \quad (ب)$$

$$D_g = [-4, +\infty)$$

$$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 2 \quad (د) - 1$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{-2, 2\}$$

$$|x| - x^2 > 0 \Rightarrow |x| > x^2 \Rightarrow |x| > |x|^2$$

$$|x|^2 - |x| \leq 0 \Rightarrow |x|(|x| - 1) \leq 0$$

$$|x| - 1 \leq 0 \Rightarrow |x| \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

$$D_L = [-1, 1]$$

$$\sqrt[3]{x^2 + 7x + 6} = \sqrt[3]{(x+6)(x+1)} \quad (ج)$$

$$x = -6, x = -1$$

x	-6	-1
$x^2 + 7x + 6 > 0$	+	-

$$D_h = (-\infty, -6) \cup (-1, +\infty)$$

$$f(g(x)) = \begin{cases} g(x) + 2 & g(x) > 1 \\ 3g(x) - 1 & g(x) \leq 1 \end{cases}$$

$$g(x) = 2x - 1 \quad x > 2 \Rightarrow g(x) > 3 \Rightarrow f(g(x)) = 2x - 1 + 2 = 2x + 1 \quad - 4$$

$$g(x) = x + 2 \quad x \leq 2 \Rightarrow g(x) \leq 5 \Rightarrow 1 < g(x) < 5 \Rightarrow -2 < x < 2 \Rightarrow f(g(x)) = x + 5$$

$$g(x) \leq 1 \Rightarrow x \leq 2 \Rightarrow f(g(x)) = 3(x+3) - 1 = 3x + 8$$

$$f(g(x)) = \begin{cases} 2x + 1 & x > 2 \\ x + 5 & -2 < x < 2 \\ 3x + 8 & x \leq -2 \end{cases}$$

$$= 3x + 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2 \cdot \sqrt{x+4} + 2}{\sin 5x \cdot \sqrt{x+4} + 2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+4-4}{\sin 5x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\sin 5x} \cdot \frac{1}{5}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{x+4} + 2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x-a} \cdot \frac{1}{x+a} = 1 \cdot \frac{1}{2a}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} 1 \cdot \frac{1}{x+a} = \frac{1}{2a}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{2x^2 - 1} = \frac{1}{2} \quad (ع)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \cos x}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos x}{2x} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = f(3)$$

$$3a + b = 6 + 1 = 7$$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 5^+} f(x) \Rightarrow 5a + b = 27$$

$$\begin{cases} 3a + b = 7 \\ 5a + b = 27 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 10 \\ b = -23 \end{cases}$$

x=3 با این روش تعیین می شود